Mathématiques

Lycée Ibn Sina Menzel Bourguiba

Devoir de synthése n°2

3 ème T — Mardi :05-03-2013 — Durée : 120 minutes — Prof :Mr. WALID Jebali

Exercice1 :(4points)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Indiquer la par sa lettre correspondante :

ON CONSIDÈRE LES NOMBRES COMPLEXES :

$z_1 = 1+i$; $z_2 = 1-i$ et $z_3 = -1+2i$

1) La forme algébrique du nombre complexe $z_1.z_2.z_3$ est :

a) $2-4i$ b) $-2+4i$ c) $-2-4i$ d) $2+4i$

2) $\text{Re}\left(\frac{z_1.z_2}{z_3}\right)$ est égal à :

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\left(\frac{-2}{5}\right)$ d) 0

3) $\overline{z_1.(z_2+z_3)}$ est égale à

a) $1+3i$ b) $(-1-i)$ c) $(2+i)$ d) $(-2+i)$

4) Soit le nombre complexe j=$\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors la forme trigonométrique de j est égale à :

a) cos($\frac{\pi}{3}$)+i sin($\frac{\pi}{3}$) b) cos($\frac{2\pi}{3}$)+i sin($\frac{2\pi}{3}$) c) cos($\frac{\pi}{6}$)+i sin($\frac{\pi}{6}$).

Exercice 2 :(6points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} g(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \\ g(x) = 3+\sqrt{-x+2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) a- Etudier la continuité de g en 2.

b- Etudier la dérivabilité de g en 2 et interprété géométriquement le résultat obtenu.

3) a- Montrer que pour tout $x \in]2,+\infty[$ on a $g'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

b- Calculer $g'(x)$ pour $x \in]-\infty,2[$.

c- Dresser le tableau de variation de g .

4) Existe-t-il des tangentes à C_g parallèle à la droite Δ d'équation y = -3x -1 ? Si oui donner leurs équations.

Exercice 3 :(5points)

1) Mettre sous forme algébrique les nombres complexes :

$z_1 = \dfrac{2+6i}{3-i}$, $z_2 = (1-i)(1+2i)$, $z_3 = \dfrac{4i}{i-1}$

2) Mettre sous forme trigonométrique : $z_4 = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_5 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$

3) Placer dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points d'affixes respectives : $z_A = 2i$; $z_B = 3+i$; $z_C = 2-2i$.

4) Montrer que ABC est un triangle isocèle rectangle

5) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un carré.

6) Déterminer et construire l'ensemble des points $M(z)$ tel que : $|z-2i| = |z-2+2i|$

Exercice 4 :(5points)

Une urne contient 4 boules blanches numérotés 1 ,1,1et 4

3 boules noires numérotés -1,-1, et 0

5 boules rouges numérotés : 1,1,-2,-3et 0

1) On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : ''Les 3 boules tirées sont de même couleur.''

B :'' Obtenir au moins une boule rouge.''

C :“ Obtenir un produit nul.''

D :“Obtenir trois boules de même signes.''

2) On tire successivement et avec remise 3 boules du l'urne.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E :'' Obtenir 3boules de couleurs différentes.''

F : ''Obtenir un produit nul.''